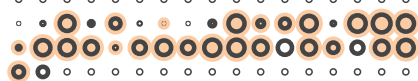


Wittgenstein's
Writings

**Bemerkungen
über
die
Grundlagen
der
Mathematik
I
App
I**



**Bemerkungen
über die
Grundlagen der
Mathematik – I
App I**

Ludwig
Wittgenstein

Ts-222
136[1]

1 Könnte ich nicht sagen, zwei Wörter – schreiben wir sie “non” und “ne” – hätten dieselbe Bedeutung, sie seien beide Verneinungszeichen– aber

non non p = p

und

ne ne p = ne p?

(In den Wortsprachen bedeutet eine doppelte Verneinung sehr oft eine Verneinung.) Warum nenne ich dann aber beide “Verneinungen”? Was haben sie miteinander gemein? Nun, es ist klar, ein großer Teil ihrer Verwendung ist ihnen gemeinsam. Das löst aber unser Problem noch nicht. Denn wir möchten doch sagen: Auch, daß die doppelte Verneinung eine Bejahung ist, muß für beide stimmen, wenn wir nur die Verdoppelung entsprechend auffassen. Aber *wie?* – Nun so, wie es z.B. durch Klammern ausgedrückt werden kann.

(ne ne) p = ne p, ne (ne p) = p

Wir denken gleich an einen analogen Fall der Geometrie: “Zwei halbe Drehungen addiert heben einander auf”, “Zwei halbe Drehungen addiert sind eine halbe Drehung”.

[Figuren]

I II

Es kommt eben darauf an, wie wir sie addieren

Ts-222
137[1] **2** (Wir stoßen hier auf eine merkwürdige (und charakteristische) Erscheinung in philosophischen Untersuchungen: Die Schwierigkeit – könnte ich sagen – ist nicht, die Lösung zu finden, sondern, etwas als die Lösung anzuerkennen, was aussieht, als wäre es erst eine Vorstufe zu ihr. Wir haben schon alles gesagt. – Nicht etwas, was daraus folgt, sondern eben *das* ist die Lösung! Das hängt, glaube ich, damit zusammen, daß wir fälschlich eine Erklärung erwarten; während eine Beschreibung die Lösung der Schwierigkeit ist, wenn wir sie richtig in unsere Betrachtung einordnen. Wenn wir bei ihr verweilen und nicht versuchen, über sie hinauszukommen.)

Ts-222
137[2] &
138[1] **3** “Das ist bereits alles, was sich darüber sagen läßt.” –
“non non p” als Verneinung des verneinten Satzes *auffassen*, das ist im besonderen Fall etwa: eine Erklärung der Art “non non p = non (non p)” geben.

Ts-222
137[2] &
138[1].2 **4** “Wenn ‘ne’ eine Verneinung ist, so muß ‘ne ne p’, wenn es nur entsprechend aufgefaßt wird, gleich p sein.” “Wenn man ‘ne ne p’ als Negation von p nimmt, muß man die Verdoppelung anders auffassen.” Man möchte sagen: “‘Verdoppelung’ heißt dann etwas anderes, *darum* ergibt sie jetzt eine Verneinung”, also: daß sie jetzt eine Verneinung ergibt ist die Folge ihrer anderen Bedeutung. “Ich meine sie jetzt als Verstärkung”, würde man sagen. Wir setzen statt der Meinung den Ausdruck der Meinung. Richte Deinen Blick auf den Ausdruck der Meinung

[→ Siehe № 60]

Ts-222
138[2]

5 Worin mag das gelegen haben, als ich die doppelte Verneinung sagte, daß ich sie als Verstärkung meinte? Die Verdoppelung als Aufhebung meinen, war z.B. die Klammern zu setzen. – “Ja, aber diese Klammern selbst können doch verschiedene Rollen spielen; denn wer sagt, daß sie in ‘non (non p)’ im gewöhnlichen Sinn als Klammern aufzufassen seien und nicht z.B. die erste als Trennungsstrich zwischen den beiden ‘non’, die zweite als Schlußpunkt des Satzes?” – Niemand sagt es. Und Du hast ja Deine Auffassung jetzt wieder durch Worte ersetzt. Was die Klammern bedeuten, wird sich in ihrem Gebrauch zeigen und, in anderm Sinn, liegt es etwa im Rhythmus des Gesichtseindrucks von ‘non (non-p)’.

Ts-222
138[3] &
139[1]

6 Soll ich nun sagen: die Bedeutungen von “non” und “ne” seien *etwas* verschieden? Sie seien verschiedene Abarten der Verneinung? – Das würde niemand sagen. Denn, würde man einwenden, heißt dann “geh nicht in dieses Zimmer!” vielleicht nicht genau dasselbe wie gewöhnlich, wenn wir die Regel aufstellen “nicht nicht” solle als Verneinung gebraucht werden? – Dagegen aber möchte man einwenden: “Wenn die beiden Sätze ‘ne P’ und ‘non P’ ganz dasselbe sagen, wie kann dann ‘ne ne’ nicht dasselbe bedeuten wie ‘non non’?” Aber hier setzen wir eben einen Symbolismus voraus – d.h., nehmen ihn zum Vorbild – in welchem aus ‘ne p = non p’ folgt, daß die beiden Wörter in allen Fällen gleich verwendet werden. Die Drehung um 180° und die Verneinung sind im besonderen Fall tatsächlich dasselbe, und die Anwendung des Satzes ‘non non p = p’ von der Art der Anwendung einer bestimmten Geometrie.

Ts-222
139[3] &
140[1] **7** Was meint man damit: 'ne ne p', auch wenn es nach dem Übereinkommen 'ne p' bedeutet, *könnte* auch als aufgehobene Verneinung gebraucht werden? – Man möchte sagen: "'ne', mit der Bedeutung, die wir ihm gegeben haben, könnte sich selbst aufheben, wenn wir es nur richtig applizieren." Was meint man damit? (Die beiden halben Drehungen in der gleichen Richtung könnten einander aufheben, wenn sie entsprechend zusammengesetzt würden.) "Die *Bewegung* der Verneinung 'ne' kann sich selbst aufheben". Aber wo ist diese Bewegung? Man möchte natürlich von einer geistigen Bewegung der Verneinung reden, zu deren Ausführung das Zeichen 'ne' nur das Signal gibt.

Ts-222
140[2] **8** Wir können uns (leicht) Menschen mit einer 'primitiveren' Logik denken, in der es etwas unserer Verneinung Entsprechendes nur für gewisse Sätze gibt; für solche etwa, die keine Verneinung enthalten. In der Sprache dieser Menschen könnte man dann einen Satz wie "Er geht in dieses Haus" verneinen; sie würden aber eine Verdoppelung der Verneinung als bloße Wiederholung, nie als Aufhebung der Verneinung verstehen.

Ts-222
140[3] **9** Die Frage, ob für diese Menschen die Verneinung dieselbe Bedeutung hat, wie für uns, wäre dann analog der, ob die Ziffer '2' für Menschen, deren Zahlenreihe mit 5 endigt dasselbe bedeutet wie für uns.

[→ √ §2 S. 258]

Ts-222 139[2] **10** Denken wir, ich fragte: Zeigt es sich uns klar, wenn wir die Sätze aussprechen "dieser Stab ist 1 m lang" und "hier steht 1 Soldat", daß wir mit '1' verschiedenes meinen, daß '1' verschiedene Bedeutungen hat? – Es zeigt sich uns garnicht. Besonders, wenn wir einen Satz sagen wie: "Auf je 1 m steht 1 Soldat, auf 2 m 2 Soldaten u.s.w.". Gefragt, "Meinst Du dasselbe mit den beiden Einsern", würde man etwa antworten: "freilich meine ich dasselbe: – *eins!*" (wobei man etwa einen Finger in die Höhe hebt).

Ts-222 140[5] & 141[1] **11** Wer " $p = p$ " (oder auch " $p \equiv p$ ") einen "notwendigen Satz der Logik" nennt (nicht, eine Bestimmung über die von uns angenommene Darstellungsart) der hat auch die Tendenz zu sagen, dieser Satz gehe aus der Bedeutung der Verneinung hervor. Wenn in einer dialektischen Redeweise die doppelte Verneinung als Verneinung gebraucht wird, wie in "er hat nirgends nichts gefunden", so sind wir geneigt zu sagen: *eigentlich* heiße das, er habe überall etwas gefunden. Überlegen wir, was dieses "eigentlich" heißt! –

Ts-222 141[2] **12** Angenommen, wir hätten zwei Systeme der Längenmessung; eine Länge wird in beiden durch ein Zahlzeichen ausgedrückt, diesem folgt ein Wort, welches das Maßsystem angibt. Das eine System bezeichnet eine Länge als "n Fuß" und Fuß ist eine Längeneinheit im gewöhnlichen Sinne; im andern System wird eine Länge mit "n W" bezeichnet und

1 Fuß = 1 W.

Aber: $2 W = 4 \text{ Fuß}$, $3 W = 9 \text{ Fuß}$, usw. – Also heißt der Satz “dieser Stock ist 1 W lang” dasselbe wie, “dieser Stock ist 1 Fuß lang”. Frage: Hat in diesen beiden Sätzen “W” und “Fuß” dieselbe Bedeutung? Die Frage sollte lauten: “Ist $W = \text{Fuß}$?” Nun wir sagten ja

Ts-222
141[3] &
142[1] **13** Die Frage ist falsch gestellt. Das sieht man, wenn wir Bedeutungsgleichheit durch eine Gleichung ausdrücken. Die Frage kann dann nur lauten: “Ist $W = \text{Fuß}$, oder nicht?” – Die Sätze, in denen diese Zeichen stehen, verschwinden in dieser Betrachtung. – Ebenso wenig kann man natürlich in dieser Terminologie fragen, ob “ist” das gleiche bedeutet wie “ist”; wohl aber, ob “ ε ” das gleiche bedeutet wie “ $=$ ”. Nun, wir sagten ja: $1 \text{ Fuß} = 1 W$, aber $\text{Fuß} \neq W$.

Ts-222
142[2] **14** Hat nun “ne” dieselbe Bedeutung wie “non”? – Kann ich “ne” statt “non” setzen? – “Nun, an gewissen Stellen wohl, an andern nicht.” – Aber danach fragte ich nicht. Meine Frage war: kann man, ohne weitere Qualifikation “ne” statt “non” gebrauchen? – Nein.

Ts-222 15 “‘ne’ und ‘non’ heißen in *diesem* Fall genau dasselbe.” –
142[3] Und zwar *was*? – “Nun, man solle das und das *nicht* tun.” –
Aber damit hast Du nur gesagt, daß in diesem Fall $ne\ p = non\ p$ ist und das leugnen wir nicht. Wenn Du erklärst $ne\ ne\ p = ne\ p$, $non\ non\ p = p$, so gebrauchst Du die beiden Wörter eben in verschiedener Weise; und hält man dann an der Auffassung fest, daß, was sie in gewissen Kombinationen ergeben, von ihrer Bedeutung ‘abhängt’, der Bedeutung, die sie mit sich herumtragen, dann muß man also sagen, sie müssen verschiedene Bedeutungen haben, wenn sie, auf gleiche Weise zusammengesetzt, verschiedene Resultate ergeben können.

Ts-222 16 Man möchte etwa von der *Funktion*, der Tätigkeit,
142[4] & Wirkungsweise des Wortes in diesem Satz reden wie von der
143[1] Funktion eines Hebels in einer Maschine. Aber worin besteht diese Funktion? Wie tritt sie zutage? Denn es ist ja nichts verborgen! wir sehen ja den ganzen Satz. Die Funktion muß sich im Laufe des Kalküls zeigen. Man will aber sagen: “‘non’ *tut* dasselbe mit ‘p’, was ‘ne’ tut: es kehrt ihn um”. Aber das sind nur andere Worte für: “ $non\ p = ne\ p$ ”. Immer wieder der Gedanke, das Bild daß, was wir vom Zeichen sehen, nur eine Außenseite zu einem Innern ist, worin sich die eigentlichen Prozesse des Sinnes und der Bedeutung abspielen.

Ts-222 143[2] **17** Wenn aber der Gebrauch der Zeichen seine Bedeutung ist ... Ist es nun nicht merkwürdig, daß ich sage, das Wort "ist" werde in zwei verschiedenen Bedeutungen (als 'ε' und ' = ') gebraucht, und nicht sagen möchte, seine Bedeutung sei sein Gebrauch als Man möchte sagen, diese beiden Arten des Gebrauchs geben nicht *eine* Bedeutung; die Personalunion durch das gleiche Wort sei ein unwesentlicher Zufall.

Ts-222 143[3] & 144[1] **18** Aber wie kann ich entscheiden, welches ein wesentlicher und welches ein unwesentlicher, zufälliger Zug der Notation ist? Liegt denn eine Realität hinter der Notation, nach der sich ihre Grammatik richtet? Denken wir an einen ähnlichen Fall im Spiel: Im Damespiel wird eine Dame dadurch gekennzeichnet, daß man zwei Spielsteine aufeinanderlegt. Wird man nun nicht sagen, es sei für das Spiel unwesentlich, daß eine Dame aus zwei Steinen besteht?

Ts-222 144[2] **19** Sagen wir: die Bedeutung eines Steines (einer Figur) ist ihre Rolle im Spiel. – Nun werde vor Beginn jeder Schachpartie durch das Los entschieden, welcher der Spieler Weiß erhält. Dazu halte der eine Spieler in jeder geschlossenen Hand einen Schachkönig und der andere wähle auf gut Glück eine der beiden Hände. Wird man es nun zur Rolle des Königs im Schachspiel rechnen, daß er beim Auslosen verwendet wird?

Ts-222 144[3] **20** Ich bin also geneigt auch im Spiel zwischen wesentlichen und unwesentlichen Regeln zu unterscheiden. Das Spiel, möchte ich sagen, hat nicht nur Regeln, sondern auch einen Witz.

Ts-222
144[4] **21** Wozu das gleiche Wort? Wir machen ja im Kalkül keinen Gebrauch von dieser Gleichheit! Wozu für Beides die gleichen Steine? – Aber was heißt es hier “von der Gleichheit Gebrauch machen”? Ist es denn nicht ein Gebrauch, wenn wir eben das gleiche Wort gebrauchen?

Ts-222
144[5] &
145[1] **22** Hier scheint es nun, als hätte der Gebrauch des gleichen Worts, des gleichen Steines, einen *Zweck* – wenn die Gleichheit nicht zufällig, unwesentlich, ist. Und als sei der Zweck, daß man den Stein wiedererkennen, und wissen könne, wie man zu spielen hat. Ist da von einer physikalischen oder einer logischen Möglichkeit die Rede? Wenn das Letztere, so gehört eben die Gleichheit der Steine zum Spiel.

Ts-222
145[2] **23** Das Spiel soll doch durch die Regeln bestimmt sein! Wenn also eine Spielregel vorschreibt, daß zum Auslösen vor der Schachpartie die Könige zu nehmen sind, so gehört das, wesentlich, zum Spiel. Was könnte man dagegen einwenden? Daß man den Witz dieser Vorschrift nicht einsehe. Etwa, wie man auch den Witz einer Vorschrift nicht einsähe, jeden Stein dreimal umzudrehen, ehe man mit ihm zieht. Fänden wir diese Regel in einem Brettspiel, so würden wir uns wundern, und Vermutungen über den Zweck so einer Regel anstellen. (“Sollte diese Vorschrift verhindern, daß man ohne Überlegung zieht?”)

Ts-222
145[3] **24** “Wenn ich den Charakter des Spiels richtig verstehe”, könnte ich sagen, “so gehört das nicht wesentlich dazu”.

Ts-222
145[4] **25** Denken wir uns aber die beiden Ämter in einer Person vereinigt als ein altes Herkommen.

Ts-222
145[5] &
146[1] **26** Man sagt: der Gebrauch des gleichen Wortes ist *hier* unwesentlich, weil die Gleichheit keine Übergänge überbrückt. Aber damit beschreibt man nur den Charakter des Spiels, welches man spielen will.

Ts-222
147[1] **27** "Was bedeutet das Wort 'a' im Satz $F(a)$ "? "Was bedeutet das Wort a im Satze Fa den Du soeben ausgesprochen hast?" "Was bedeutet das Wort ... in diesem Satz?"